
软件分析

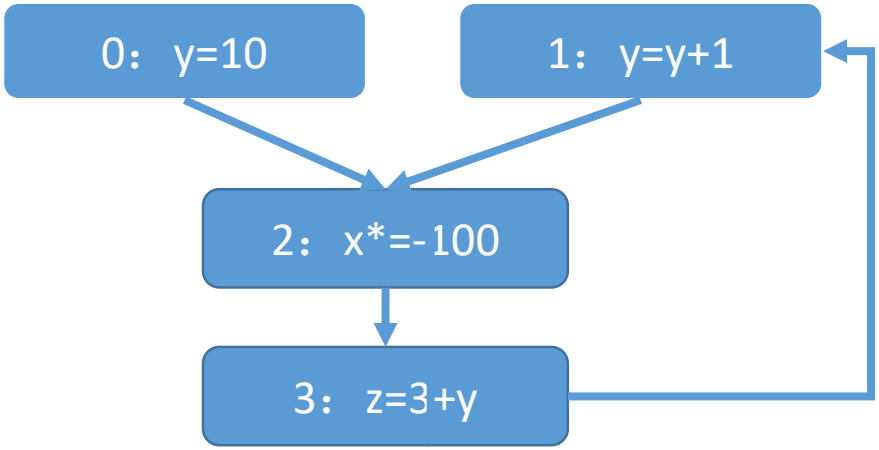
# 静态单赋值和稀疏分析

熊英飞
北京大学

# 关于变量中保存值的分析


- 大量分析是关于变量中保存了什么值的
  - 符号分析
  - 区间分析
  - 常量传播

# 数据流分析的问题

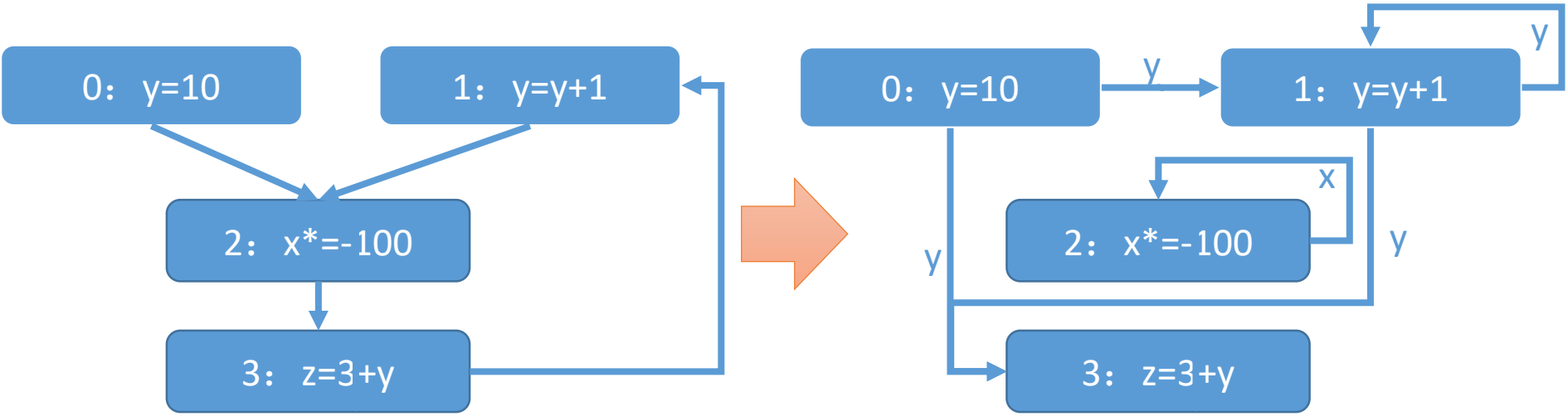



- 问题1：每个结点都要保存一份关于x,y,z的值
  - 即使结点2和y没有关系
- 问题2：当1的转换函数更新y的时候，该更新只和3有关，但我们不可避免的要通过2才能到达3

# Def-Use关系


- 给定变量x，如果结点A可能改变x的值，结点B可能使用结点A改变后的x的值，则结点A和结点B存在Def-Use关系

# 基于Def-Use的数据流分析




- 每个结点只保存自己定义的变量的抽象值
- 只沿着Def-Use边传递抽象值
- 通常图上的边数大幅减少，图变得稀疏（sparse）
- 分析速度大大高于原始数据流分析

$$y_0 = f_0(\ \ )$$
$$y_1 = f_1(y_0 \sqcap y_1)$$
$$x_2 = f_2(x_2 \sqcap x_0)$$
$$z_3 = f_3(y_0 \sqcap y_1)$$

# 相关性质


- 假设结果基于集合的May分析，即返回的总是真实结果的超集
- 健壮性Soundness: 用原数据流算法求出来的每一个结果新算法都会求出来
- 准确性Precision: 用新算法求出来的每一个结果原算法都会求出来

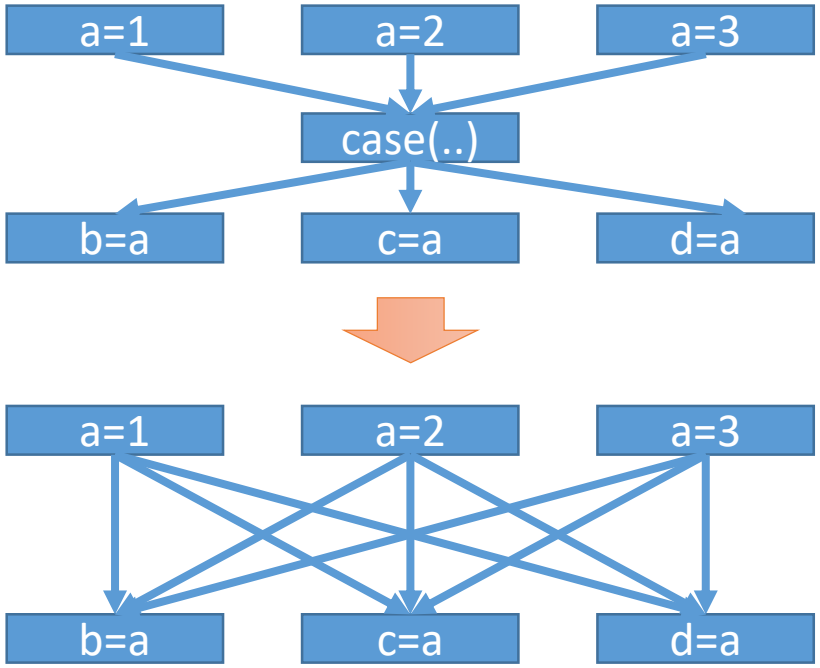
# 基于Def-Use的数据流分析：问题1


- 如何获取Def-Use关系
  - 可以通过Reaching Definition获取Def-Use关系
- 如何还原原始数据流分析的结果
  - 通过Reaching Definition获取使用变量以外的其他变量的定义
- Reaching Definition的复杂度
  - 程序中赋值语句个数为m，控制流图结点为n
  - 更新单个节点的时间为O(m)（假设并集和差集的时间复杂度都是O(m)）
  - 总共需要更新O(mn)次
  - 总时间$O(nm^2)$
- Reaching Definition本身就不够快

# 基于Def-Use的数据流分析：问题2

- 如果可能的定义较多，程序中的边会大幅增长，分析速度反而变慢

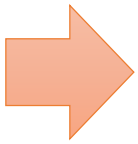
```
case (...) of
        0: a := 1;
        1: a := 2;
        2: a := 3;
end
case (...) of
        0: b := a;
        1: c := a;
        2: d := a;
end
```



# 静态单赋值形式
# Single Static Assignment


- 每个变量都只被赋值一次

```
x=10;
y=y+1;
x=y+x;
y=y+1;
z=y;
```



```
x0=10;
y0=y0+1;
x1=y0+x0;
y1=y0+1;
z0=y1;
```

# 练习：把以下程序转成静态单赋值形式


```
x=10;
x+=y;
if (x>10)
  z=10;
else
  z=20;
x+=z;
```

```
x0=10;
x1=x0+y;
if (x1>10)
  z0=10;
else
  z1=20;
x2=x1+z?;
```

# 引入函数$\phi$

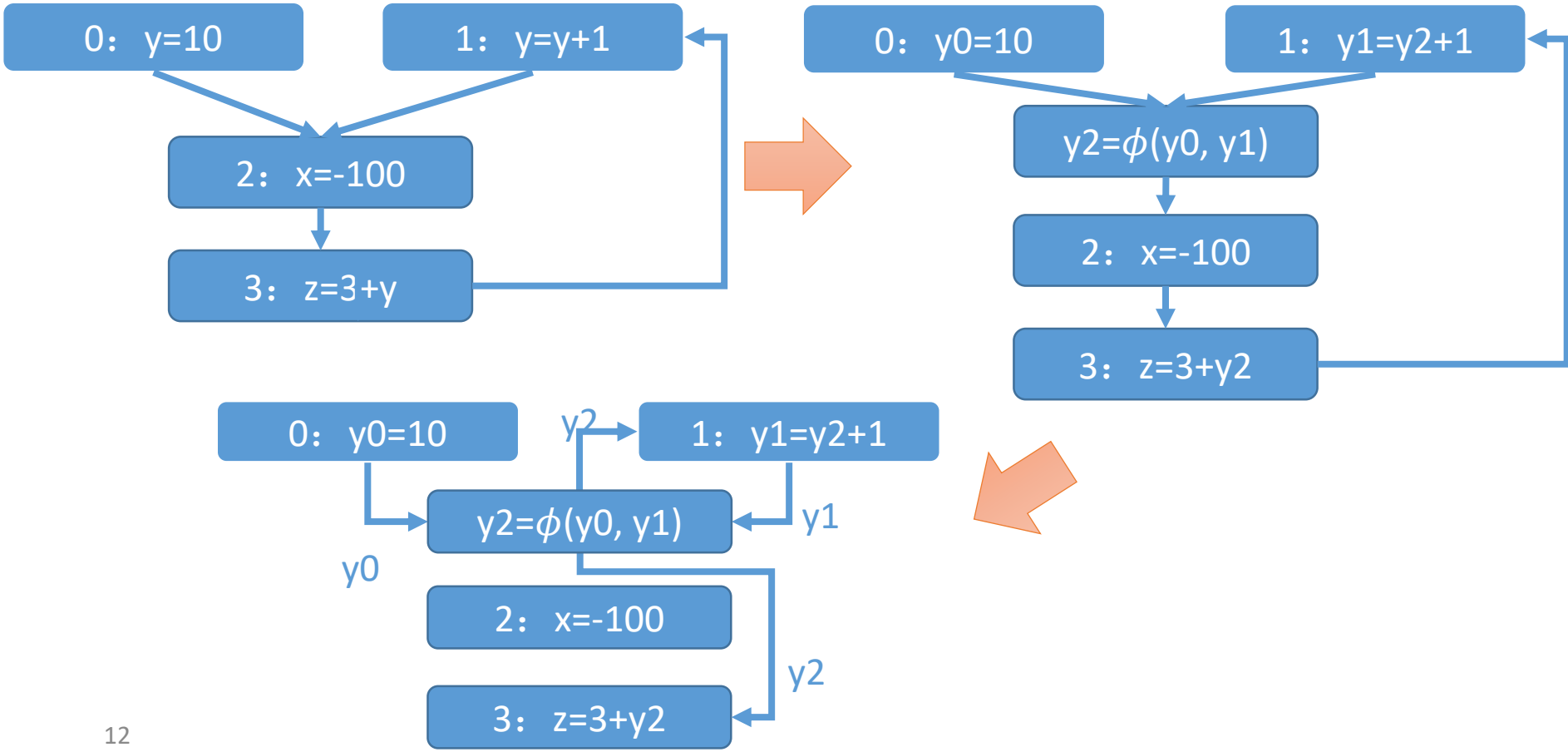
```
x=10;
x+=y;
if (x>10)
  z=10;
else
  z=20;
x+=z;
```

```
x0=10;
x1=x0+y;
if (x1>10)
  z0=10;
else
  z1=20;
z2=φ(z0, z1);
x2=x1+z2;
```

函数$\phi$代表根据不同的控制流选择不同的值

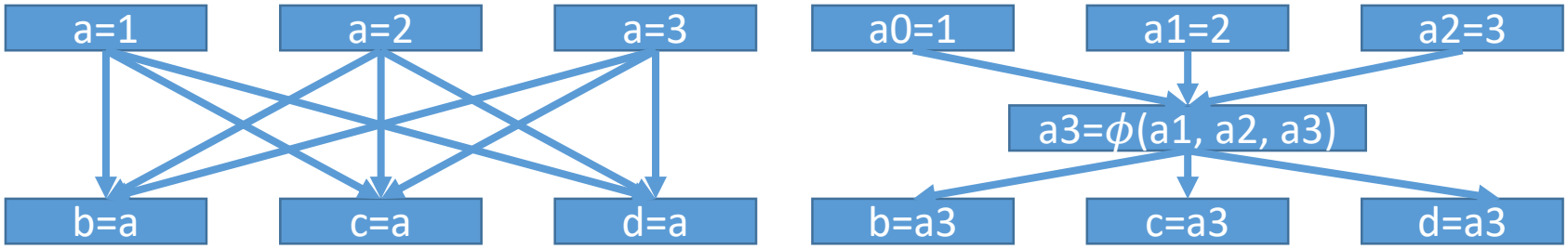
# 静态单赋值与数据流分析

- 静态单赋值直接提供了Def-Use链



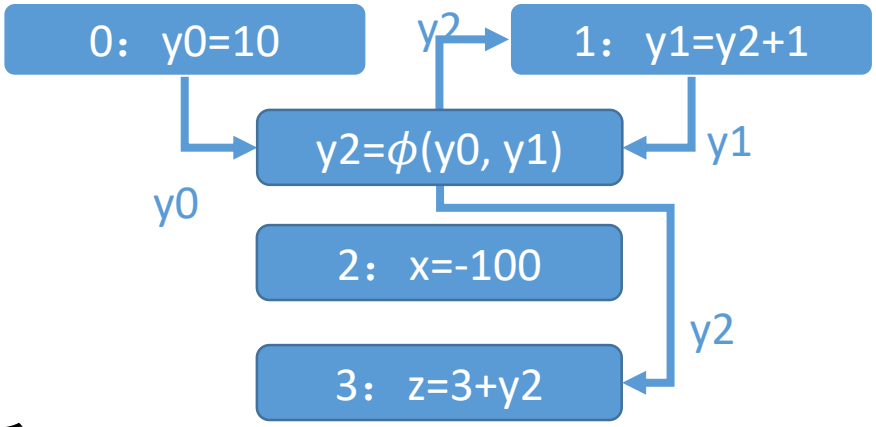
# 静态单赋值的好处

- 静态单赋值存在高效算法
- 静态单赋值中的边不会平方增长



# 静态单赋值vs流非敏感分析

- 静态单赋值形式上的流非敏感分析与流敏感分析等价

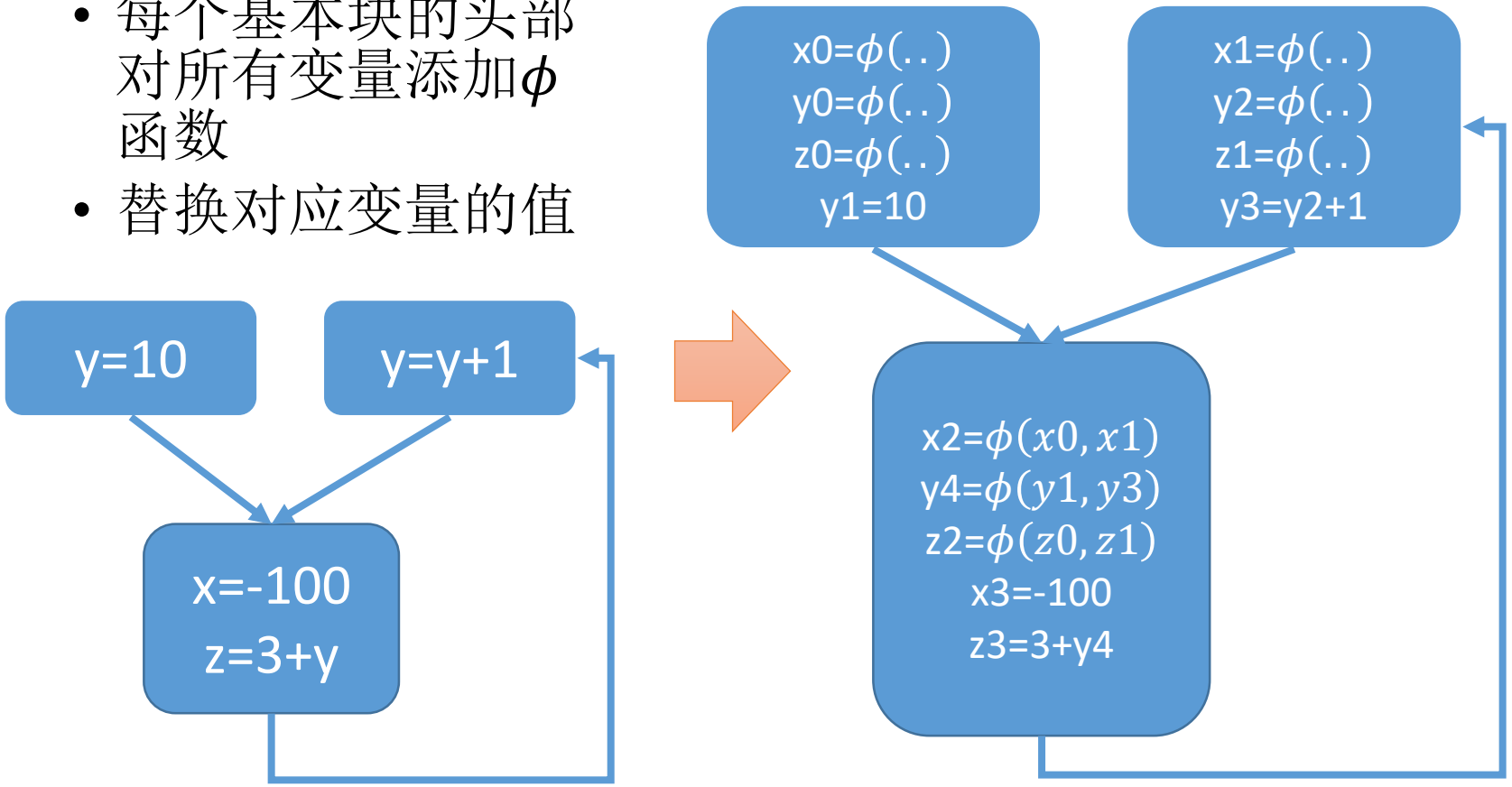



基于静态单赋值形式的分析通常又称为稀疏分析Sparse Analysis

- 流非敏感分析：
  - 每次有值变化时，挑选受影响的转换函数重新执行
  - 全局只保存一份抽象数据
- 流敏感分析：
  - 每次有值变化时，沿着边寻找后继节点的转换函数重新执行
  - 每个结点保存一份抽象数据

# 转换到静态单赋值形式

- 简单算法
  - 每个基本块的头部对所有变量添加$\phi$函数
  - 替换对应变量的值



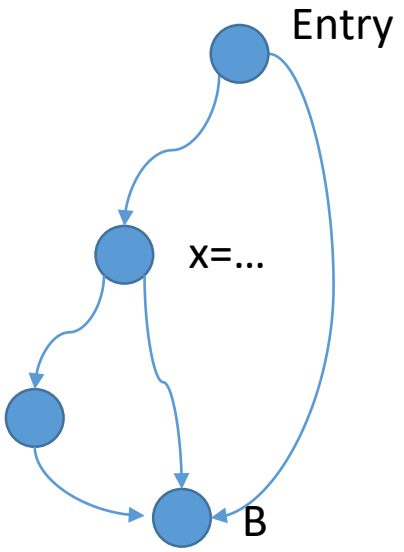
# 简单算法的问题


- 简单算法引入大量额外$\phi$函数
  - 控制流图的每个结点会保存所有变量的值
  - 每条控制流图的边都会对每个变量产生Def-Use关系
  - 实际图并没有变得稀疏，反而可能更加稠密

- 希望能尽量减少引入的$\phi$函数，即产生$\phi$函数尽量少的静态单赋值形式

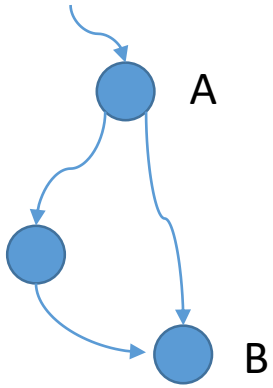
# 加入$\phi$函数的条件

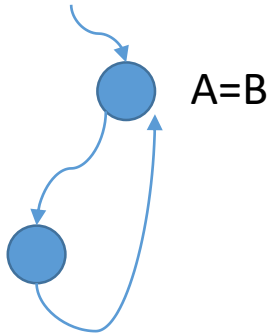
- 至少两条路径在B处汇合
- 其中一条经过了某个赋值语句
- 另外一条没有经过
- 赋值语句和B之间没有别的语句满足上述条件



# 支配关系


- 结点A支配（dominate）结点B：所有从Entry到B的路径都要通过A

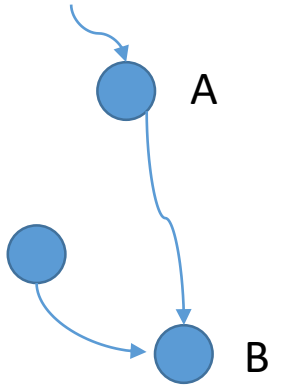


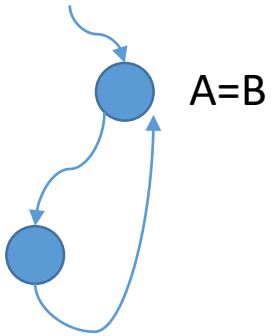




- 结点A严格支配（Strictly dominate）结点B：A支配B并且A和B不是一个结点
  - A不严格支配B => 至少存在一条路径，在到达B之前不经过A

# 支配边界Dominance Frontier

- 结点A的支配边界中包括B，当且仅当
  - A支配B的某一个前驱结点—至少有一条路径经过A，且B前面的结点不会有路径汇合的情况
  - A不严格支配B—至少有一条路径没有经过A，且两条在B处汇合



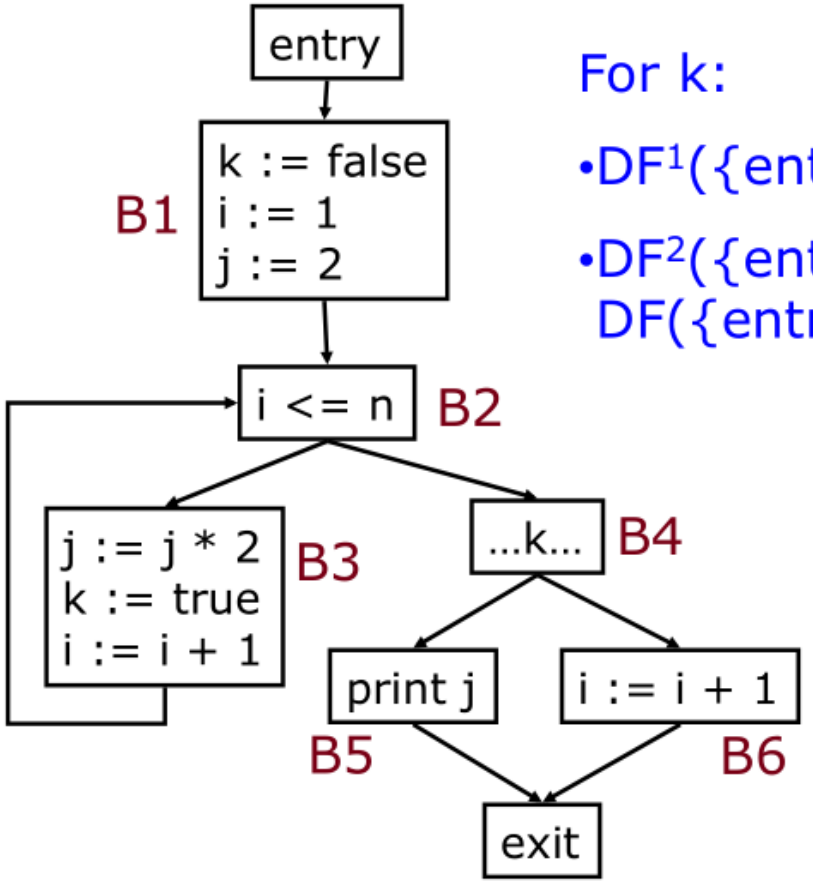

- 对任意赋值语句x=...所在的结点A，所有A的支配边界需要插入$\phi$函数计算x的值

# 转换到静态单赋值形式

- 令DF(a)为a的支配边界集合
- 定义
  - $\mathrm{DF}(\mathrm{A}) = \mathrm{U}_{\{\mathrm{a}\in\mathrm{A}\}}\,\mathrm{DF}(\mathrm{a})$
  - $\mathrm{DF}^{+}(\mathrm{A}) = \lim_{i\to\infty} DF^{i}(A)$
    - $DF^{1}(A) = DF(A)$
    - $DF^{i+1}(A) = DF\left(\mathrm{U}_{j\le i}\, DF^{j}(A)\right)$

- 对任意变量i，令A为所有对i赋值的结点，$\mathrm{DF}^{+}(\mathrm{A})$就是所有需要插入$\phi$函数的结点

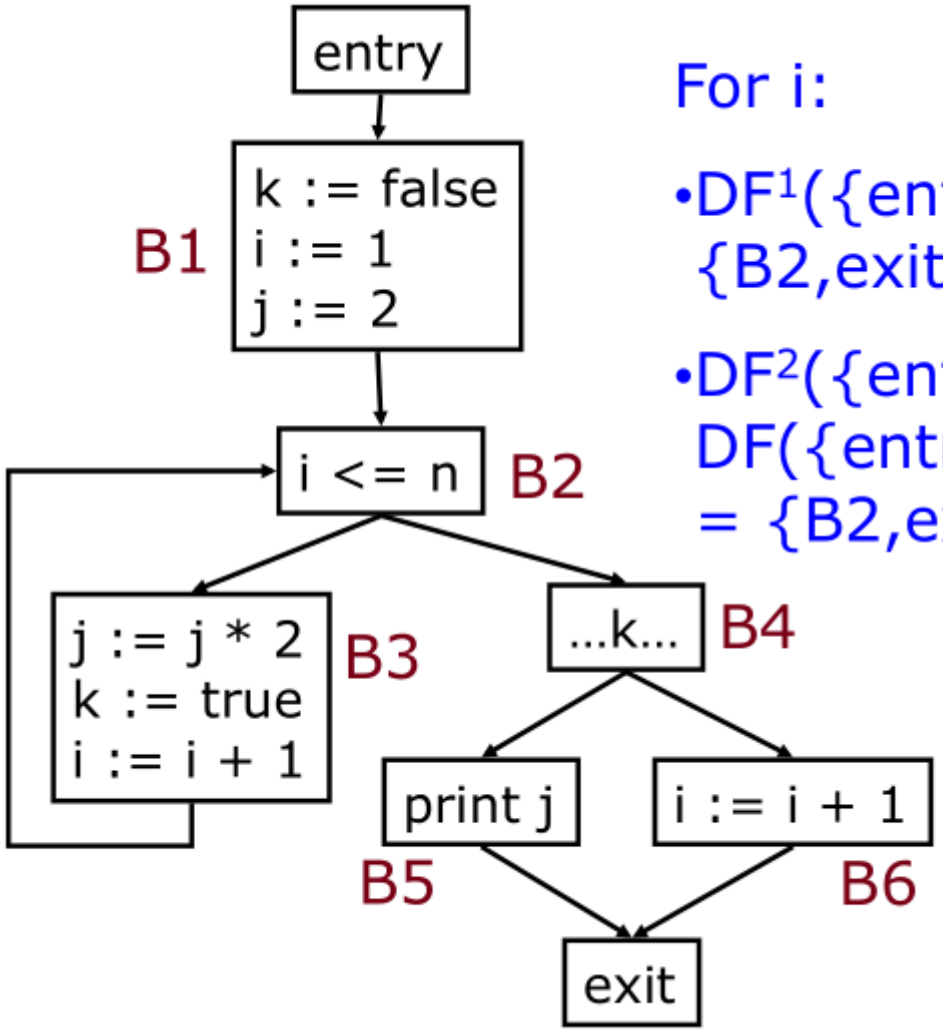
# 转换示例




For k:

- $DF^1(\{entry,B1,B3\}) = \{B2\}$
- $DF^2(\{entry,B1,B3\}) = DF(\{entry,B1,B2,B3\}) = \{B2\}$

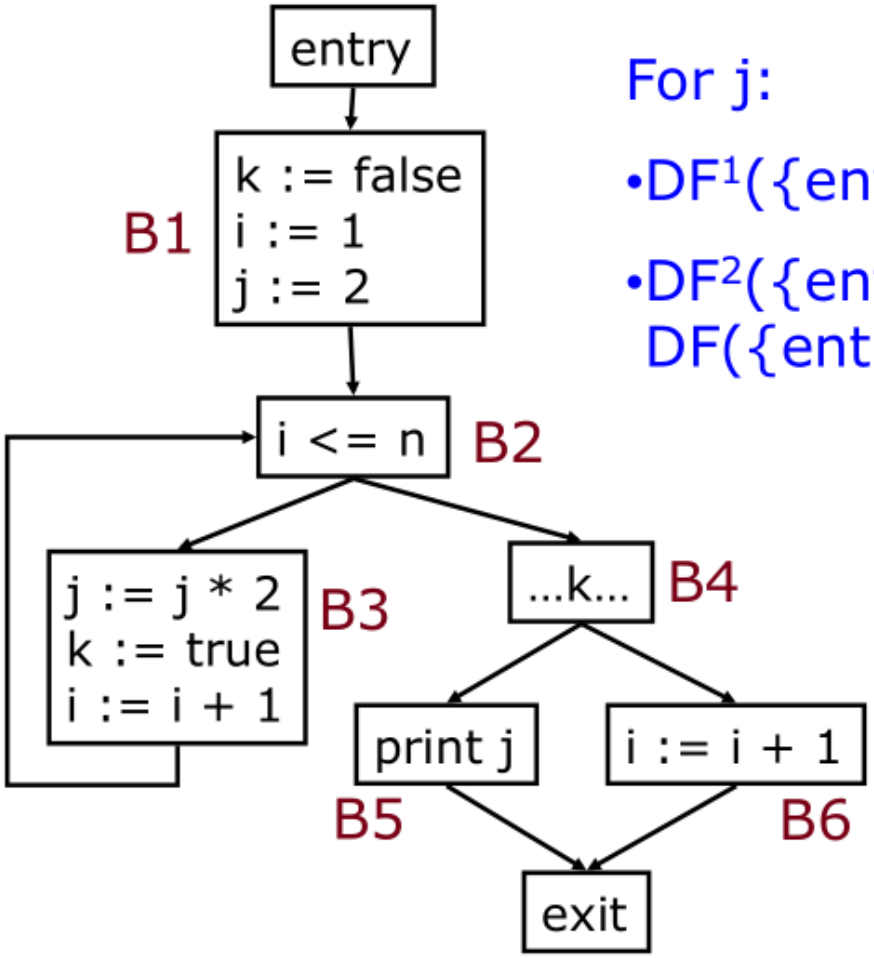
# 转换示例




For i:

- $DF^1(\{entry,B1,B3,B6\}) = \{B2,exit\}$
- $DF^2(\{entry,B1,B3,B6\}) = DF(\{entry,B1,B2,B3,B6,exit\}) = \{B2,exit\}$

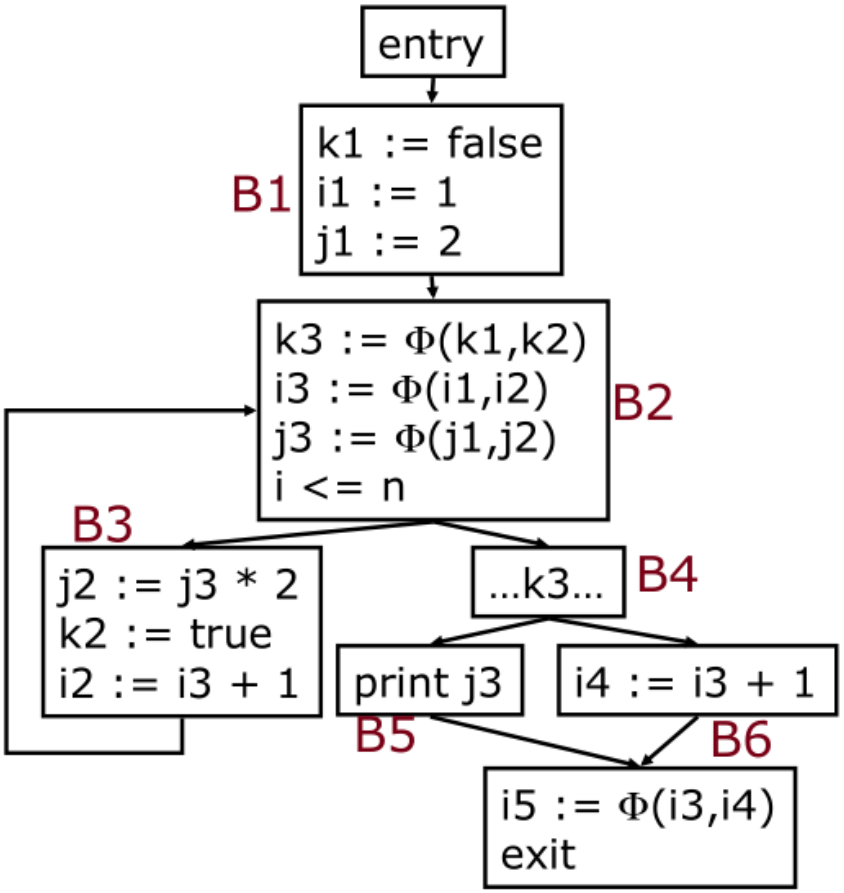
# 转换示例




For j:

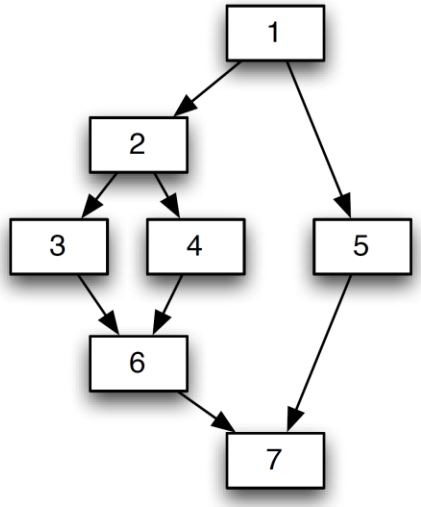
- $DF^1(\{entry,B1,B3\}) = \{B2\}$
- $DF^2(\{entry,B1,B3\}) = DF(\{entry,B1,B2,B3\}) = \{B2\}$

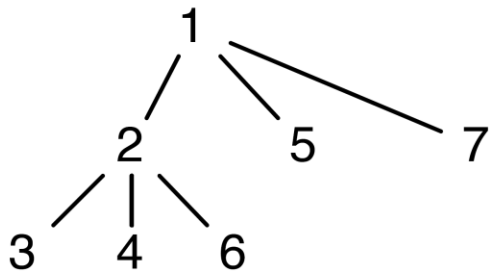
# 转换结果


entry
B1
k1 := false
i1 := 1
j1 := 2
k3 := Φ(k1,k2)
i3 := Φ(i1,i2)
j3 := Φ(j1,j2)
i <= n
B2
B3
j2 := j3 * 2
k2 := true
i2 := i3 + 1
...k3...
B4
print j3
B5
i4 := i3 + 1
B6
i5 := Φ(i3,i4)
exit

# 计算支配边界—直接支配者

- 直接支配者immediate dominator：如果a严格支配b，并且不存在c，a严格支配c且c严格支配b，则a是b的直接支配者，记为idom(b)
- 直接支配关系构成一颗树，称为支配树



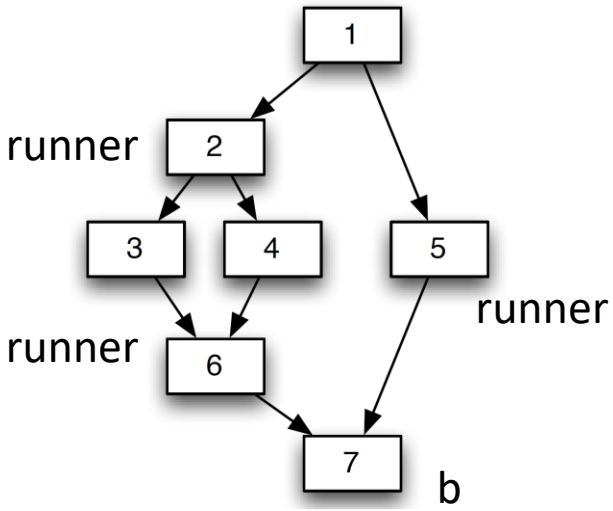



# 计算支配树的算法


- Lengauer and Tarjan算法
  - 复杂度为O(E$\alpha$(E,N))
  - E为边数，N为结点数，$\alpha$为Ackerman函数的逆
  - Ackerman函数基本可以认为是常数
- Cooper, Harvey, Kennedy算法，2001年
  - 复杂度为$O(N^2)$
  - 实验证明在实践中比Lenauer and Tarjan算法要快

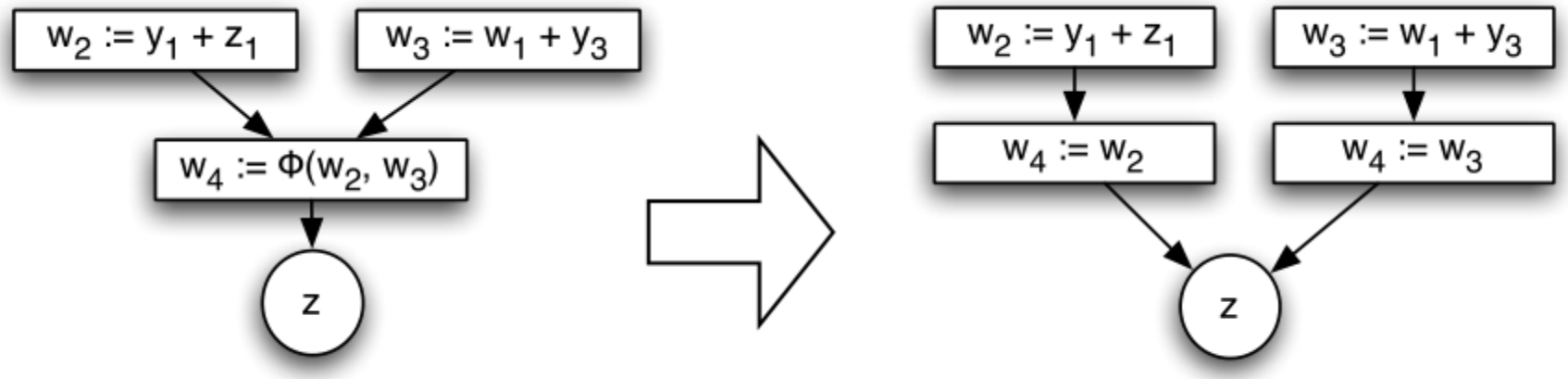
# 计算支配边界

```
for(每个结点b)
  if b的前驱结点数 ≥ 2
      for(每个b的前驱p)
          runner := p
          while runner ≠ idom(b)
              将b加入runner的支配边界
              runner := idom(runner)
```



# 转换回标准型

- 有些分析任务中我们需要再从静态单赋值转换回标准型
  - 程序优化
- 转换过程就是删除掉静态单赋值中的$\phi$函数



# 实践中的静态单赋值形式


- 基于静态单赋值优化数据流分析的条件：
  - 需要分析的每一个内存位置一旦赋值都不会发生改变。
- 这个条件总能成立吗？

C:

```
a=10;
i=&a;
*i=10;
```

Java:

```
a.f=10;
y=a.f;
a.f=20;
y=a.f;
```

# 解决方案：部分SSA


- 把内存位置分成两组，转换SSA的时候只转换能转换的组，并只对转换的组做优化
- Java的情况：栈上的变量为优化组，堆上的变量为不优化组
- C的情况：把变量分成address-taken和top-level的两组
  - address-taken: 曾经被&取过地址的变量
  - top-level：从没被&取过地址的变量

# C的情况的例子

```
int a, b, *c, *d;

int*  w = &a;
int*  x = &b;
int** y = &c;
int** z =  y;
       c =  0;
      *y =  w;
      *z =  x;
       y = &d;
       z =  y;
      *y =  w;
      *z =  x;
```

a-d均为address-taken变量

$w_1 = \text{ALLOC}_a$
$x_1 = \text{ALLOC}_b$
$y_1 = \text{ALLOC}_c$
$z_1 = y_1$
STORE 0 $y_1$
STORE $w_1$ $y_1$
STORE $x_1$ $z_1$
$y_2 = \text{ALLOC}_d$
$z_2 = y_2$
STORE $w_1$ $y_2$
STORE $x_1$ $z_2$

LLVM IR所采用的SSA形式

# 参考资料


- 静态单赋值转换算法
  - 《编译原理》相应章节
- 稀疏分析相关论文
  - 用“sparse program analysis”为关键字进行搜索