

# 软件科学基础

## 第一次习题课

曹奕远 2023.3.16

- 内容比较发散
- 一些是同学们邮件提问
- 一些是我觉得有意思的话题
- 欢迎讨论👏

# 内容

- 逻辑是什么
- 等于是是什么
- 数据是什么
- 归纳是什么
- 作业

# 逻辑

## Logics

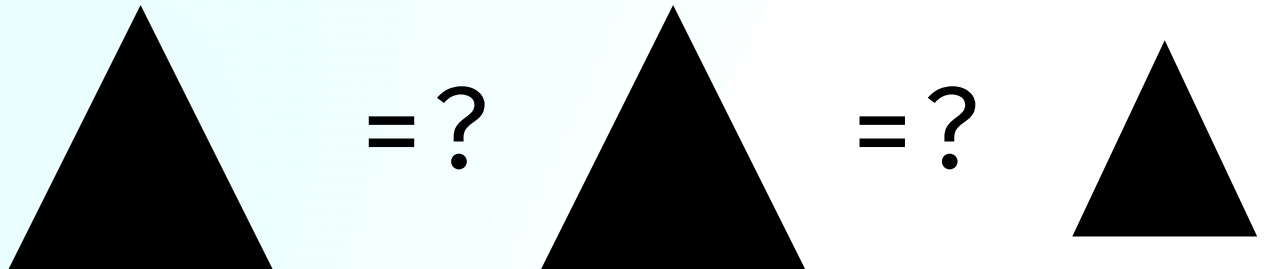
- 研究有效的推理形式的严格表述
  - “有效” (valid) 一般指保真性 (truth-preserving)
  - 形式语言 (formal language) 的使用
- 跨学科：哲学，数学，计算机，语用学
  - 什么是真/必然/知识
  - 什么是证明/无穷/集合
  - 什么是计算/并行/程序等价

# 要点

- 语形 (syntax) 和语义 (semantics) 的分离与联系
- 对象语言 (object language) 和元语言 (meta language) 的区分
- 元性质 (meta theorem) 的证明

# 等于

## Equality

- 可能不像听起来看起来的那么简单
- 几个例子
  - $1=1?$     $1+2=3?$     $1=3?$
  - $(\text{fun } x \Rightarrow x) = (\text{fun } y \Rightarrow y)?$
  - $(\text{fun } x \Rightarrow x+x) = (\text{fun } x \Rightarrow \text{sleep}(1); x+x)?$
  - $\{(a, b, c) \mid a^3 + b^3 = c^3\} = \phi?$
  -   $\triangle = ? \triangle = ? \triangle$

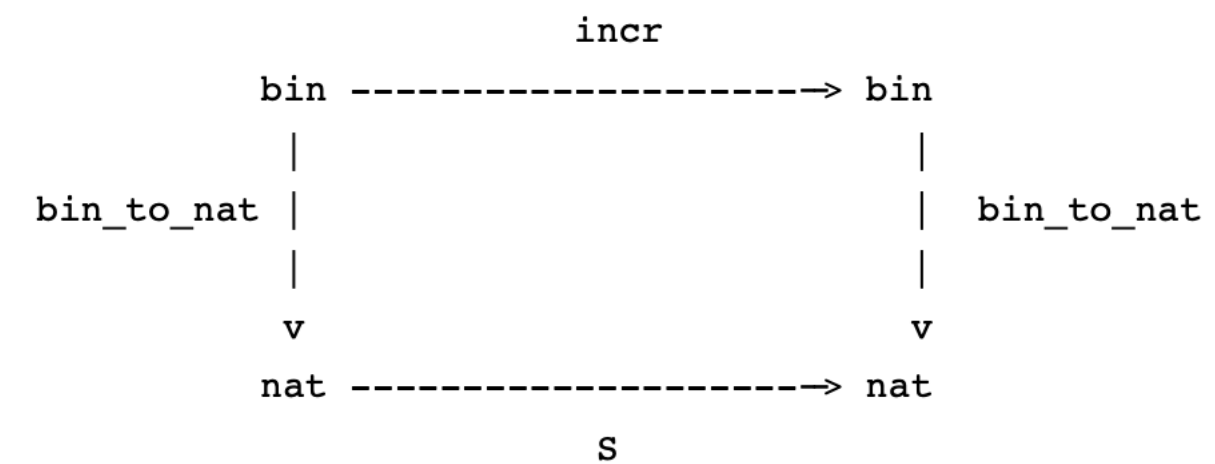
# 要点

- 等于有不同的层次和视角
  - Identity, syntactic equality
  - Definitional equivalence by applying conversion rules
    - Normalization
    - Functional extensionality
    - Isomorphism, bisimulation, congruence, ...
- 取决于你看问题的远近：抽象层级 (abstraction level)
- 计算视角：是否可判定

# 数据

## Datatypes

- 数据的内涵
  - 生成数据 (introduction forms) 和使用数据 (elimination forms) 的基本操作
  - 其他操作可以基于这些原子操作 (和其他基本语言构造)
- 数据的等价表达: 也是一种“等于”的定义
  - 状态机视角: 互模拟 (bisimulation)
  - 范畴视角: commuting diagrams; universal properties
  - 集合论视角: isomorphic (up to canonical transformation)
- 例子: Church encoding
  - Pair, Boolean, Nat, List
  - Translation between (canonical) Church numeral and “real” numeral
    - Weak bisimulation relation





# 要点

- 抽象屏障的维护 (abstraction boundary)
- 抽象层次的构建 (layering)
- Church encoding
  - Catamorphisms (structural recursion)
  - Turing-completeness of pure lambda calculus

# 归纳

## Induction

- 数学归纳，强数学归纳，结构归纳
- 良基归纳 (induction on well-founded sets)
  - no infinite decreasing chain
- 一般的归纳原理
  - smallest fixed-point
- 余归纳 (co-induction)
  - 归纳：原子到更大的东西
  - 余归纳：大的东西慢慢拆解

# 要点

- 计算和证明的天然联系 (algorithmic nature of intuitionistic proofs)
  - 没有循环论证 vs 程序终止
  - Proof normalization (cut-elimination) vs evaluation
  - Type derivation vs proof derivation
  - Term vs proof
  - ...

# 习题

- Church encoding
  - Representing data values and operations using pure functions
- Bin2Nat
  - Different models of natural numbers
  - Representation relation

# 推荐阅读和参考资料

- 《逻辑导论》王彦晶老师的介绍课件
  - 逻辑研究什么
- 《Type Theory and Formal Proof》
  - More lambda calculus
- 《Structure and Interpretation of Computer Programs》
  - Data abstraction and modularity
- 《Computation, Proof, Machine》
  - Computation and proofs

# 总结

其他问题?

欢迎同学们给出对之后习题课内容的建议!